**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Гимназия»**

«Лучшие практики обучения в освоении основных общеобразовательных программ по учебным предметам естественно-научной и технологической направленностей, в том числе в рамках внеурочной деятельности обучающихся»

( Методическая копилка)

**Банк задач по теме:**

**«Математические методы при решении экономических задач»**

**учитель высшей квалификационной категории**

**Маркелова Светлана Валериевна**

**Черногорск 2022 год**

Задача с экономическим содержанием представляет собой текстовую задачу практической направленности — как правило, с экономическим сюжетом. Несмотря на то, что для её решения не требуется глубокое знание экономики и дру­гих наук, учащимся, претендующим на успешное выполнение этого зада­ния, необходимо всё же владеть некоторыми базовыми понятиями, такими как кредит, вклад, процентная ставка, выручка, прибыль и т.п. Требует­ся составить математическую модель на основе общей финансовой гра­мотности, причём математический аппарат, используемый в последующем решении, не выходит за рамки основной школы.

**Задачи на кредиты с дифференцированными платежами**

*Материал для повторения:* арифметическая прогрессия, процент от числа, квадратные и линейные уравнения.

При решении указанных задач необходимо представлять схему рас­чёта по кредиту с дифференцированными платежами. Каждый расчётный период сначала банк начисляет проценты, тем самым увеличивая сумму долга клиента, а затем клиент вносит определённую сумму, уменьшая свой долг. По результатам этих операций каждый расчётный период сумма дол­га уменьшается на одну и ту же величину, а последовательные платежи по кредиту образуют убывающую арифметическую прогрессию.

**Задачи на равномерное изменение величины**

*Материал для повторения:* процент от числа, квадратные и линей­ные уравнения.

При решении задач данного типа следует учитывать, что некоторая величина последовательно изменяется, возрастая на определённое число процентов, а затем уменьшается каждый раз на одно и то же значение.

**Задачи с заданной схемой выплат**

*Материал для повторения:* процент от числа, квадратные и линей­ные уравнения.

При решении задач заданного типа надо использовать схему расчёта по кредиту, указанную в условии.

**Вклады**

*Материал для повторения:* решение линейных и квадратных урав­нений и неравенств, процент от числа.

Эти задачи во многом аналогичны некоторым задачам на кредиты, но иногда требуют дополнительной смекалки.

**Задачи на наибольшее и наименьшее значения**

*Материал для повторения*; точки экстремума, производная функ­ции, свойства квадратичной функции, свойства дробно-рациональной функции, свойства функции модуля.

При решении задач данного типа учащемуся необходимо искать наи­большее или наименьшее значение некоторой величины, используя про­изводную либо тот факт, что квадратичная функции достигает своего экстремального значения в вершине параболы.

**1. Задачи на кредиты с дифференцированными платежами:**

**1)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платеж по кредиту не превысил 1,8 млн рублей?

Ответ: 10

**2)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

Ответ: 13

**3)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 47 млн рублей?

Ответ: 8

**4)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на х% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найти х, если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший - не менее 0,5 млн рублей.

Ответ: 25

**5)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок

(целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 40 млн рублей?

Ответ: 11

**6)** 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

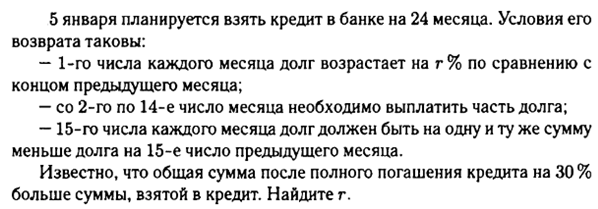
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

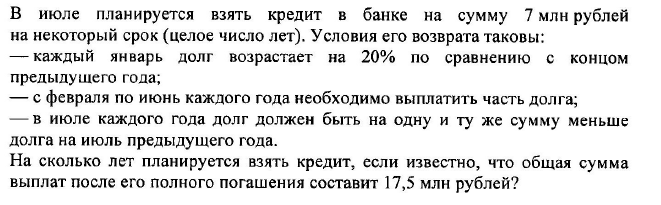
Известно, что общая сумма после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

Ответ: 1

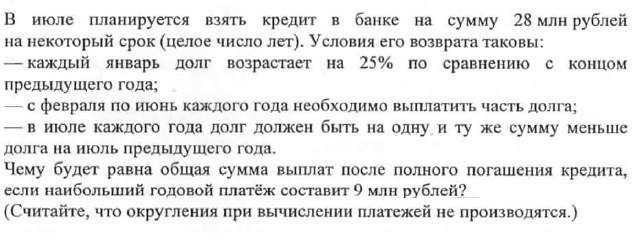


**7)**

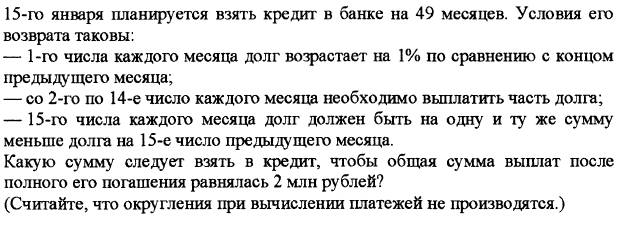
Ответ: 2,4

8)

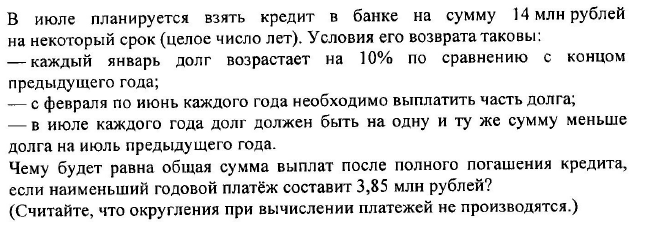
Ответ: 14

9)

Ответ: 80,5 млн р.

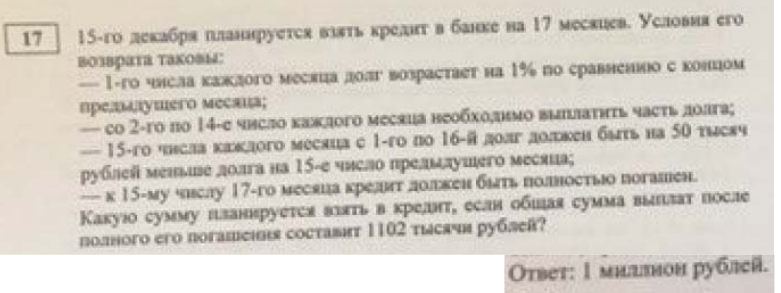
10)

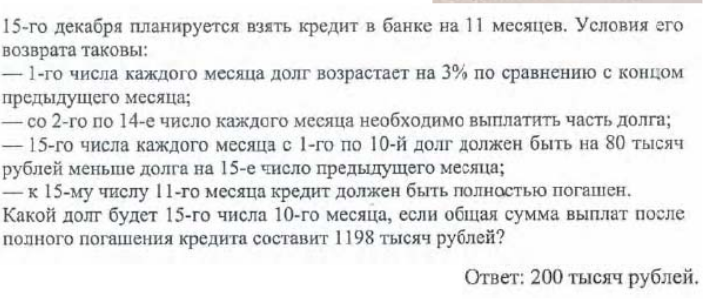
Ответ: 1,6 млн. р.

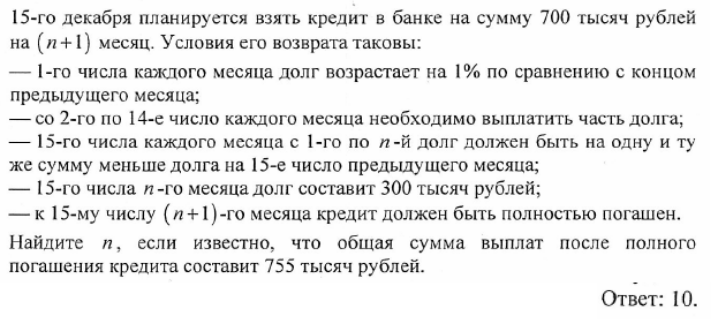


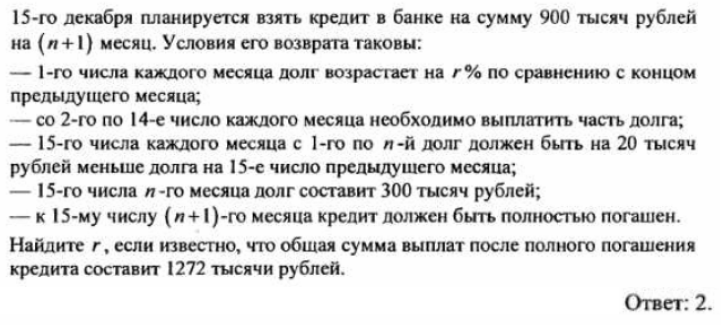
11)

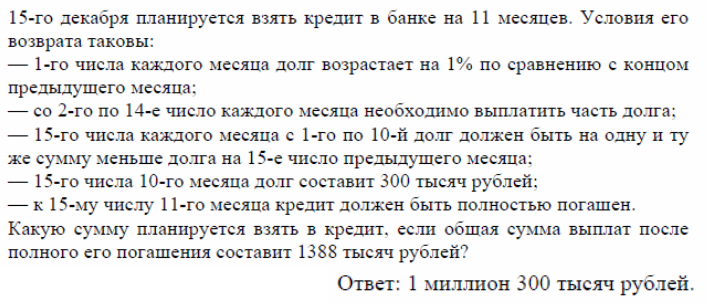
Ответ: 17,5

12) 

13) 

14) 

15) 

16) 

**2. Задачи на последовательное изменение величин на одно и то же значение:**

**1)** В июле планируется взять кредит на сумму 8052000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

Ответ: 3 110 400

**2)** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн рублей.

Сколько млн. рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

Ответ: 4,55

**3)** В июле планируется взять кредит на сумму 4026000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом прошлого года.

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за 2 года)?

Ответ: 950 400

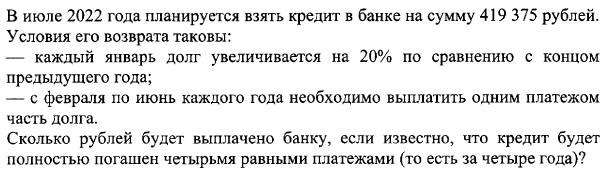
**4)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1300000 рублей. Условия его возврата таковы:

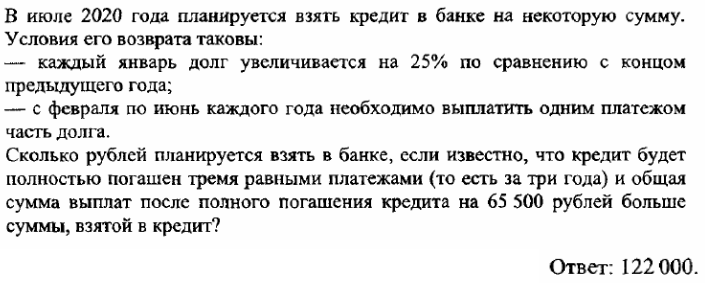
- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

На какое минимально количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные выплаты были не более 350000 рублей?

Ответ: 5

5)

ответ: 648000

6)

**3. Задачи на кредиты с заданной схемой выплат:**

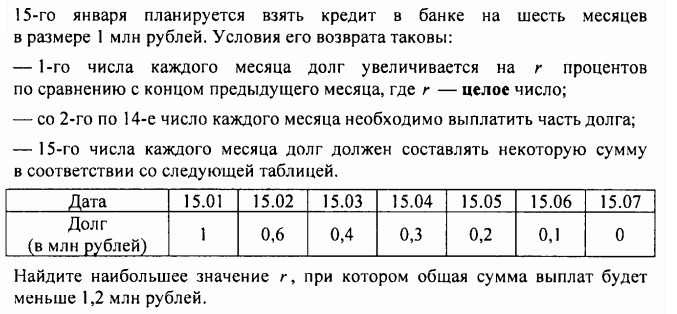
**1)** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на а% по сравнению с концом предыдущего года;

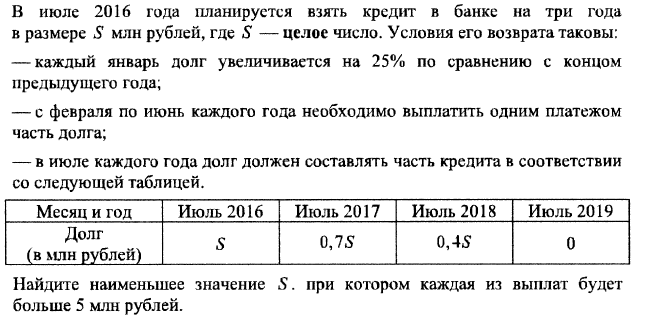
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.

Найдите число а, если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причем в первый год было переведено 55000 руб., а во второй 69000 рублей.

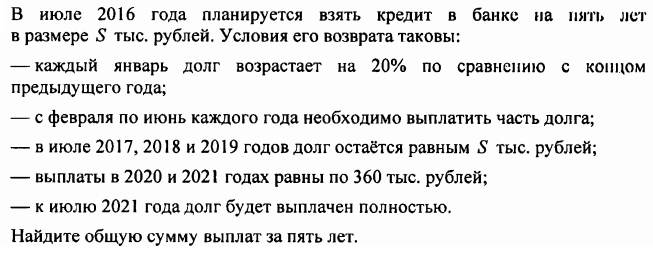
Ответ: 15

**2)**

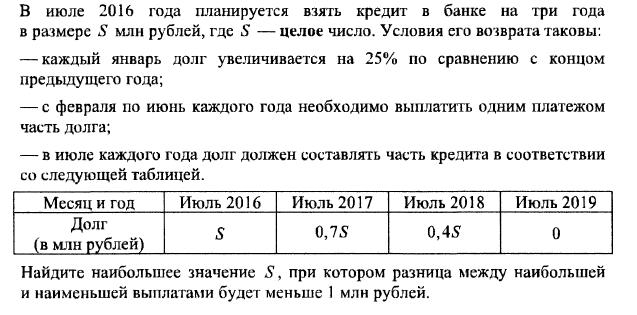
Ответ: 7%

**3)**

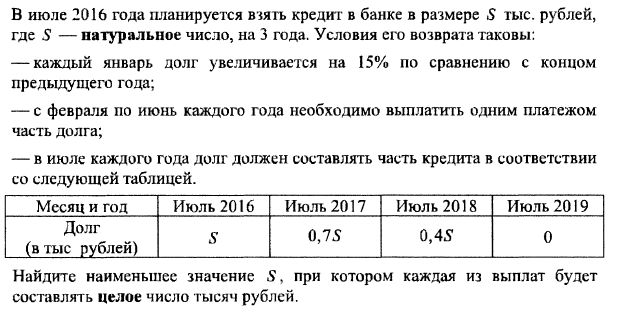
Ответ: 11 млн. руб.

**4)**

Ответ: 1050 тыс. руб.

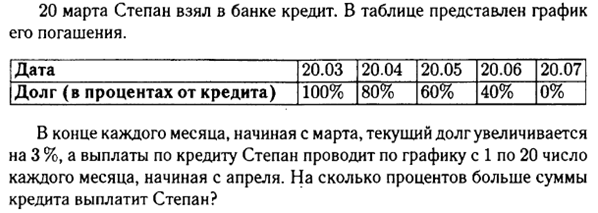
**5)**

Ответ: 13 млн. руб.

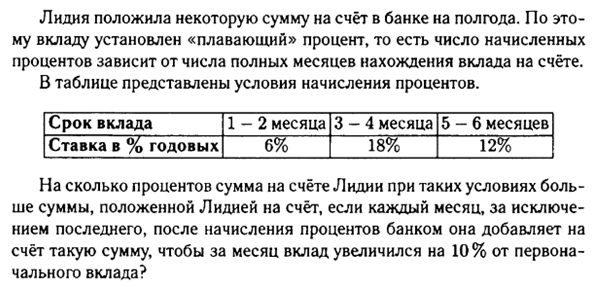


**6)**

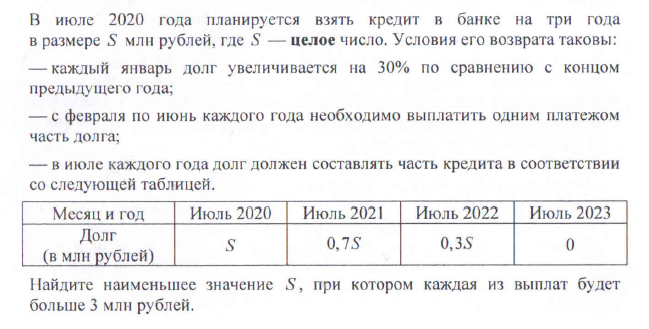
Ответ: 200 тыс. руб.

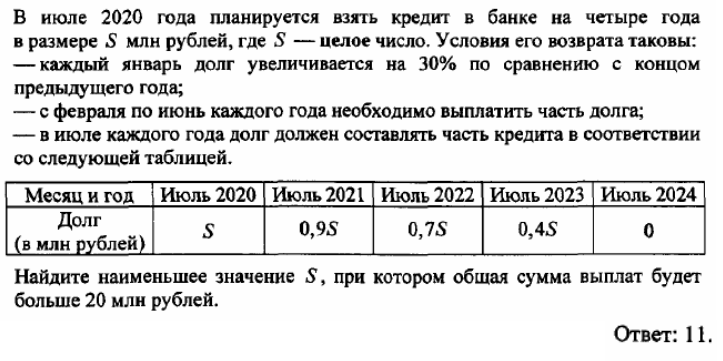
**7)**

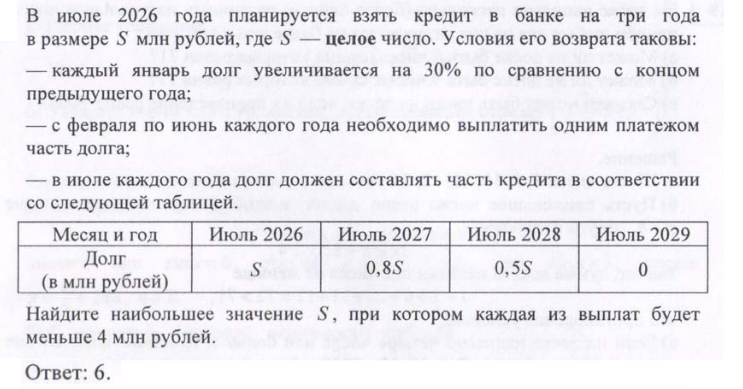
Ответ: 8,4

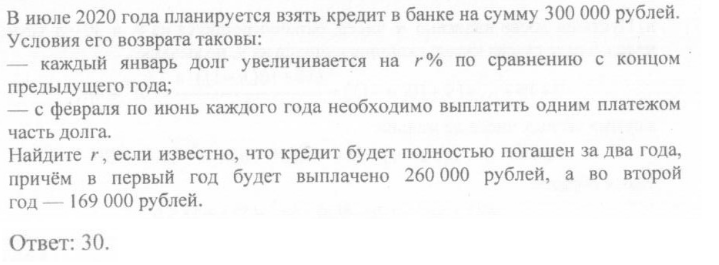
**8)**

Ответ: 7,7

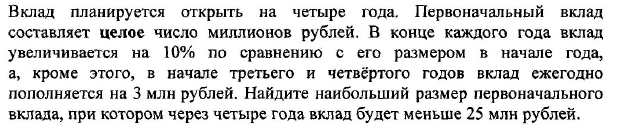
9)

**10) **

**11) **

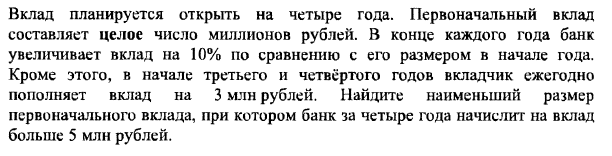
**12) **

**4. Задачи на вклады и ценные бумаги:**



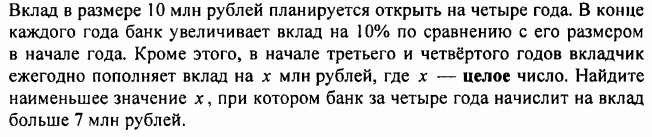
**1)**

Ответ: 12 млн. руб.

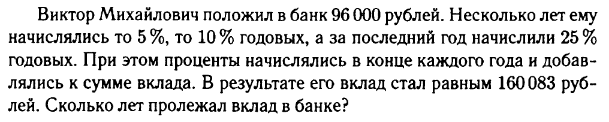


2)

Ответ: 9 млн. руб.

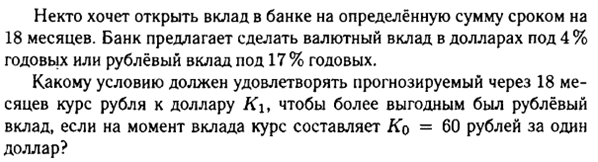
**3)**

Ответ: 8 млн. руб.

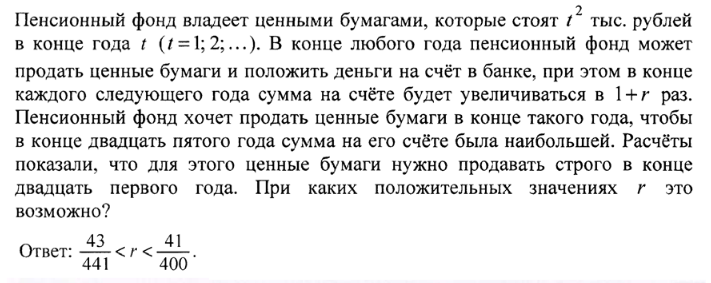


**4)**

Ответ: 5

**5)**

Ответ: К1< 67,5

6) 

7)  **Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей.** В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. **В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?**

**Ответ: 8**

**5. Задачи на наименьшие и наибольшие значения:**

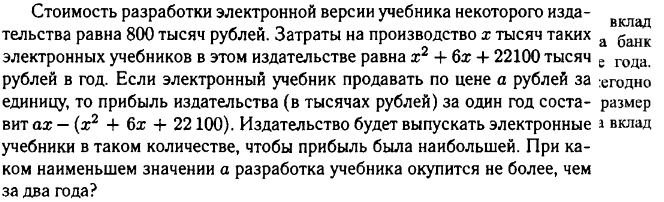
**1)** Зависимость объема Q (в шт) купленного у фирмы товара от цены Р (в руб. за шт.) выражается формулой Q=15000-P, 1000≤P≤15000. Доход от продажи товара составляет PQ рублей. Затраты на производство Q единиц товара составляют 3000Q+5000000 рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

Ответ: 12,5%

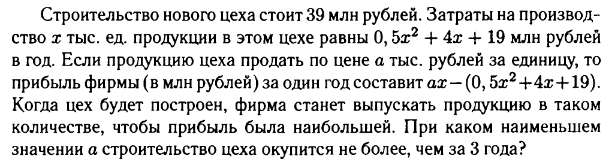
**2)** Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство х тыс. ед. продукции на таком заводе равны 0,5х2 +2x+6 млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене р тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит

px-(0,5x2+2x+6). Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении р строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

Ответ: 10

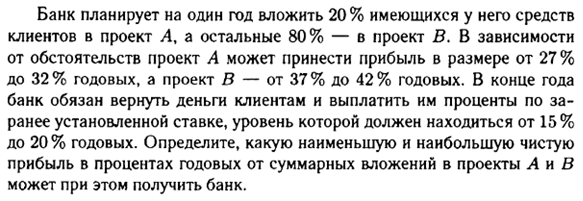
**3)**

Ответ: 306

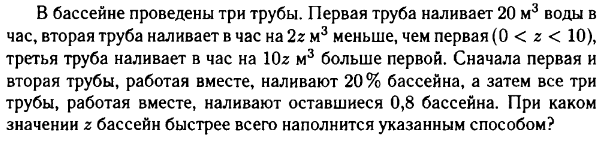


**4)**

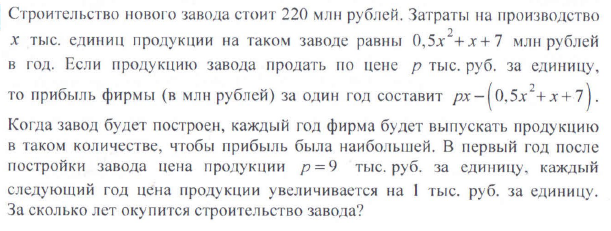
Ответ: 12

**5)**

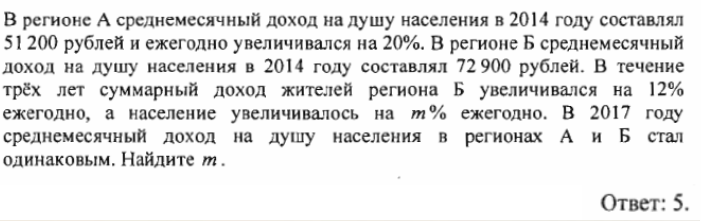
Ответ: 15% и 25%

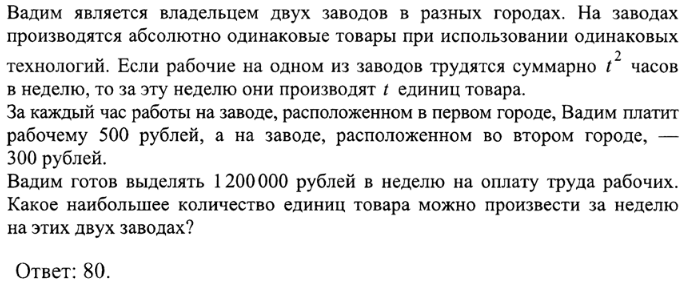
**6)**

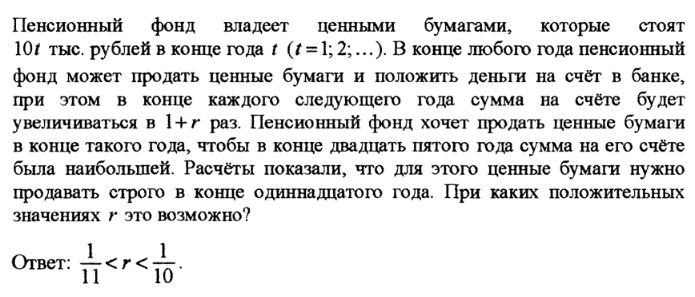
Ответ: 6,25



7)

8)

9) 

10) 

**Литература:**

1. Гущин Д. Д. Образовательный портал «РЕШУ ЕГЭ: математика»: <http://ege.sdamgia.ru>.
2. Под редакцией Ященко И. В. и др. ЕГЭ 2018, 2019. 2020, 2021, 2022. Математика, профильный уровень: 36 вариантов. –М.: Национальное образование
3. Гущин Д. Д. Встречи с финансовой математикой. Санкт-Петербург  
   2016**,** Веб-страница курса с актуальными материалами: <http://reshuege.ru/course?id=2610>
4. Образовательный портал <https://alexlarin.net/>